Übungen zu Mathematik I

Blatt 3

Aufgabe 1: Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke:

a) $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 9 \end{pmatrix}$

b) $-3 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} + 4 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

Aufgabe 2: Bestimmen Sie die Beträge der folgendne Vektoren:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3: Berechnen Sie zu den Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{d} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

die folgenden Terme, die Skalarprodukte beinhalten:

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{c} \cdot \vec{d} &= \\ \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{a} \cdot \vec{d} &= \\ \vec{b} \cdot \vec{a} - \vec{b} \cdot \vec{d} - \vec{a} \cdot \vec{b} &= \end{aligned}$$

Aufgabe 4: Bestimmen Sie den Winkel zwischen den folgenden beiden Vektoren.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 5: Bestimmen Sie mit dem Vektorprodukt einen Vektor, der senkrecht zu den folgenden Vektoren ist:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

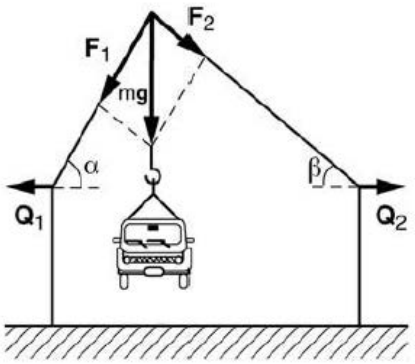


Abbildung 1: Fabrikhalle mit Laufkran und auftretenden Kräften

Aufgabe 6: Die Punkte $A = (1, -1, 2)$, $B = (-2, 1, 3)$, $C = (3, -2, 5)$ und $D = (6, -4, 4)$ bilden ein Parallelogramm. Bestimmen Sie die Vektoren $\vec{AB}$, $\vec{BC}$, $\vec{CD}$ und $\vec{DA}$, welche die Seiten des Parallelogramms sind. Was stellen Sie fest? Wie lang sind die Seiten?

Aufgabe 7: Bestimmen Sie alle Seitenlängen und Winkel im Dreieck, das durch die Punkte $A = (-2, 0, 3)$, $B = (-6, 4, -1)$ und $C = (4, -1, 2)$ gebildet wird. Wie groß ist der Flächeninhalt?

Aufgabe 8:

Eine Fabrikhalle habe einen Querschnitt wie in Abb. 1 (a) dargestellt ($\alpha = 60°$, $\beta = 40°$). Unter dem Dachfirst soll ein Laufkran angebracht werden, der mit der maximalen Masse von $m = 3t$ belastet werden soll. Diese Last muss vom Dach aufgefangen werden, d.h. entlang der Dachschrägen treten die Belastungskräfte F_1 und F_2 auf. Berechnen Sie F_1 und F_2 sowie die sich daraus ergebenden Querkräfte Q_1 und Q_2, die rechtwinklig auf den Wänden stehen.